

1. Lösen sie die lineare Kongruenz $3x \equiv 2(11)!$

$$3x = 2(11) \text{ggT}(3,11) = 11 \mid 2 \rightarrow \text{lösbar}$$

spezielle Lösung: $x_0 = 8$ da, $3 * 8 = 24 \equiv 2(11)$

$x \equiv 2(11)$ ist Lösungsmenge

2.

$$([a]_p + [b]_p)^p = [a]_p^p + [b]_p^p, a, b \in \mathbb{Z}$$

$[a]_p$ und $[b]_p$ sind beliebige Restklassen modulo p .

p ist beliebige Primzahl.

Beweis durch kleinen Satz von Fermat:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \Leftrightarrow a^p \equiv a \pmod{p}$$

Also lässt sich jede ganze Zahl a als Restklasse der ganzen Zahl

a modulo p schreiben $\rightarrow [a]_p$.

Hinrichtung: $([a]_p + [b]_p)^p \Rightarrow [a]_p^p + [b]_p^p \Rightarrow [a]_p + [b]_p$

Rückrichtung: $[a]_p^p + [b]_p^p \Rightarrow ([a]_p + [b]_p)^p \Rightarrow [a]_p + [b]_p$

3.

Sei $a_m, a_{m-1}, \dots, a_0, a_i \in 0, 1, \dots, 9$ eine Dezimaldarstellung der Zahl $\sum_{i=0}^m a_i 10^i$.

Ihre Quersumme ist $\sum_{i=0}^m a_i(3)$.

$$\text{Aus } 10 \equiv 1(3) \Rightarrow 10^i \equiv 1(3) \text{ daher gilt } a \equiv \sum_{i=0}^m a_i 10^i \equiv \sum_{i=0}^m a_i(3)$$

Also ist a genau dann durch 3 teilbar ($a \equiv 0(3)$) wenn die Quersumme von a durch 3 teilbar ist.

Bsp.:

$$12396 \equiv 1 * 10^4 + 2 * 10^3 + 3 * 10^2 + 9 * 10 + 6$$

$$\equiv 1 * (1)^4 + 2 * (1)^3 + 3 * (1)^2 + 9 * (1) + 6$$

$$\equiv 1 + 2 + 3 + 9 + 6 \pmod{3} \equiv 0(3)$$

$$\Rightarrow 3 \mid 12396$$