

1)

$n^2 + n$  sei durch 2 teilbar  $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$

IA. :  $n=0$ ;  $0^2 + 0 = 0$

IV. : Es gelte  $n^2 + n$  ist eine gerade Zahl

zu zeigen: Die Behauptung gilt auch für  $n+1$   
 $(n+1)^2 + (n+1)$  sei gerade Zahl.

Beweis:

$$\begin{aligned}(n+1)^2 + (n+1) &= n^2 + 2n + 1 + n + 1 \\ &= n^2 + 3n + 2 \\ &= (n^2 + n) + (2n + 2) \\ &= (n^2 + n) + 2(n+1)\end{aligned}$$

$(n^2 + n) + 2(n+1)$  Ist eine gerade Zahl, weil der erste Summand gerade ist  
(nach Induktionsvoraussetzung) und der zweite Summand ein ganzzahliges Vielfaches von 2 ist.

2)

IV :  $n^k$  ist für Variationen  $k$ -ter Ordnung erfüllt

Zu zeigen:  $n^k$  sei richtig für  $n=k$ , Dann gibt es  $n-k$  Elemente, die innerhalb Variationen  $k$ -ter Ordnung nicht vorkommen. Man füge je eines dieser Elemente am Ende hinzu, dies gibt  $n-k$  Variationen insgesamt :  $n(n-1) * n(n-2) * \dots * n(k-1) * n(n^k)$  [Formel für  $k+1$ ]

3)

Da ein Skatenspiel aus 32 Karten besteht und jede Karte an jeder Position sein kann gibt es  $32!$  Möglichkeiten die Karten zu mischen.  
Also  $32! = 263130836933693530167218012160000000$

4)

Wir nehmen an dass die 24 Bücher alle wohlunterscheidbar sind.

Insgesamt haben wir also  $24!$  Möglichkeiten die Bücher zu verteilen. Einige dieser Möglichkeiten sind allerdings gleich.

Für die erste Person gibt es  $6!$  Möglichkeiten dass er die sechs selben Bücher bekommt, abhängig davon, in welcher Reihenfolge er sie bei unserer Annahme gezogen hat. Für die 2te Person mit 6 Büchern gilt das gleiche. Bei denen, die nur vier Bücher erhalten ist es natürlich  $4!$ .

Daher :

$$\frac{(24! \binom{5}{2})}{(6!6!4!4!4!)}$$

Es existieren  $165452907128863850496000$  Möglichkeiten