

1)

$n^2 + n$ sei durch 2 teilbar $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$

IA. : $n=0$; $0^2 + 0 = 0$

IV. : Es gelte $n^2 + n$ ist eine gerade Zahl

zu zeigen: Die Behauptung gilt auch für $n+1$

$(n+1)^2 + (n+1)$ sei gerade Zahl.

Beweis:

$$\begin{aligned}(n+1)^2 + (n+1) &= n^2 + 2n + 1 + n + 1 \\ &= n^2 + 3n + 2 \\ &= (n^2 + n) + (2n + 2) \\ &= (n^2 + n) + 2(n+1)\end{aligned}$$

$(n^2 + n) + 2(n+1)$ Ist eine gerade Zahl, weil der erste Summand gerade ist (nach Induktionsvoraussetzung) und der zweite Summand ein ganzzahliges Vielfaches von 2 ist.

2)

IV : n^k ist für Variationen k -ter Ordnung erfüllt

Zu zeigen: n^k sei richtig für $n=k$, Dann gibt es $n-k$ Elemente, die innerhalb Variationen k -ter Ordnung nicht vorkommen. Man füge je eines dieser Elemente am Ende hinzu, dies gibt $n-k$ Variationen insgesamt : $n(n-1) * n(n-2) * \dots * n(k-1) * n(n^k)$ [Formel für $k+1$]

3)

Da ein Skatenspiel aus 32 Karten besteht und jede Karte an jeder Position sein kann gibt es $32!$ Möglichkeiten die Karten zu mischen.
Also $32! = 263130836933693530167218012160000000$

4)

Wir nehmen an dass die 24 Bücher alle wohlunterscheidbar sind.

Insgesamt haben wir also $24!$ Möglichkeiten die Bücher zu verteilen. Einige dieser Möglichkeiten sind allerdings gleich.

Für die erste Person gibt es $6!$ Möglichkeiten dass er die sechs selben Bücher bekommt, abhängig davon, in welcher Reihenfolge er sie bei unserer Annahme gezogen hat. Für die 2te Person mit 6 Büchern gilt das gleiche. Bei denen, die nur vier Bücher erhalten ist es natürlich $4!$.

Daher :

$$\frac{(24! \binom{5}{2})}{(6!6!4!4!4!)}$$

Es existieren 165452907128863850496000 Möglichkeiten