1.

Jede endliche Halbgruppe $A = (A'; +)$, in der die Kürzungsregel gilt, ist eine Gruppe. Da A endlich ist, kann die Menge in der Form $A' = \{a_1, \ldots, a_n\}$geschrieben werden, Ist$b \in A'$ein beliebiges Element von A', so stimmt die Menge aller Summen der Form $b + a_i$wegen der Gültigkeit der Kürzungsregel und da Aeine Halbgruppe ist, mit A'überein:$\{b + a_{1,\ldots}, b + a_n\} = A'$. Dies bedeutet aber, dass es zu beliebigem b und beliebigem a aus er Menge A'ein Element x aus A'mit $b + x = a$gibt. Eine entsprechende Argumentation zeigt, dass es zu jedem b und jedem a aus A'ein Element $y \in A'$mit $y + b = a$gibt und die Addition ist umkehrbar.

2.

In einem nullteilerfreien Ring R gelten die Kürzungsregeln:

$\forall a, x, y \in R, A \neq 0 (a * x = a * y \Rightarrow x = y \wedge x * a = y * a \Rightarrow x = y)$

Aus $a * x = a * y$folgt $a(x - y) = 0$und wegen $a \neq 0$und der Nullteilerfreiheit $x = y$

3.