

1.

$$\begin{array}{r}
 4128 \\
 A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -8 \\ 4 & -32 & -36 \\ -18 & -24 & -24 \end{bmatrix} \\
 A^2 = \begin{bmatrix} 456060 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \\
 A^3 = \begin{bmatrix} 0000 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

jedeweitere Potenz  $> 3 = A^3$ ,  
da Multiplikation mit 0 immer 0!

$$\begin{array}{r}
 -9 - 4 - 2 \\
 B = \begin{bmatrix} -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \end{bmatrix} \\
 B^2 = \begin{bmatrix} -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \end{bmatrix} \\
 B^3 = \begin{bmatrix} -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \end{bmatrix} \\
 B^4 = \begin{bmatrix} -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \end{bmatrix} \\
 B^5 = \begin{bmatrix} -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \\ -2511 & -5 \\ -520 & -9 - 4 - 2 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Offensichtlich entsteht bei der Multiplikation von B mit B keine neue Matrix mehr, daher gilt  $B^x = B$

2.

Esgilt  $A * B = (C_{ij})$  mit  $C_{ij} = 0$  für  $i \neq j$  und  $C_{ii} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{ki} = a_{ii} * b_{ii}$

wegen Kommutativität gilt daher auch  $b_{ii} * a_{ii} = \sum_{k=1}^n b_{ik} a_{ki} = C_{ii}$  und

da  $C_{ij} = 0$  für  $i \neq j$  folgt  $(C_{ij}) = B * A$ .

Daraus folgt  $B * A = A * B$  für Diagonalmatrizen

3.

a.)

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -10 \\ 26 & -3 & -3 \\ 310 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

b.)

$$B = \begin{bmatrix} 13 \\ 0 & -2 \\ 5 & -1 \\ -23 \end{bmatrix}$$

c.)

$$C = \begin{bmatrix} 23 & -4 & -7 & -3 \\ 381 & -7 & -8 \\ 143 & -1 & -4 \\ 131 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 12 - 10 \\
 02 - 1 - 3 \\
 04 - 2 - 6
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 12 - 10 \\
 02 - 1 - 3 \\
 0000
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 13 \quad 23 - 4 - 7 - 3 \\
 0 - 2 \quad 08147 - 7 \\
 0 - 16 \quad 05105 - 5 \\
 09 \quad 0363 - 3
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 13 \quad 23 - 4 - 7 - 3 \\
 0 - 2 \quad 08147 - 7 \\
 00 \quad 00000 \\
 00 \quad 00000
 \end{array} \\
 \hline
 \Rightarrow \text{rg}(A) = 2 \Rightarrow \text{rg}(B) = 2 \Rightarrow \text{rg}(C) = 2
 \end{array}$$